GAR

ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO
(ANNO 1896-97)

48119/1129

83286

SOPRA

UN

# SISTEMA DICICLICO IMPERFETTO

CHE RAPPRESENTA

## UNA COPPIA DI CIRCUITI

### FORNITI DI INDUZIONE E DI CAPACITÀ

NOTA

DI

ANTONIO GARBASSO

Opusc. PA-I-1129.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1897

*Sopra un sistema diciclico imperfetto, che rappresenta una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità*(*).

Nota di ANTONIO GARBASSO.

Il *modello* dinamico, che descrivo, permette di riprodurre tutti i fenomeni di induzione, ai quali dà luogo la scarica di un condensatore lungo un filo metallico; sia che questo si tenga isolato, sia che lo si ponga invece in presenza di un altro conduttore.

Come caso particolare si possono avere, naturalmente, quei fatti, che si osservano quando in uno dei circuiti o in entrambi la capacità si riduce allo zero. E gli altri, che sono proprii dei conduttori isolati.

La figura 4 rappresenta l'apparecchio sotto la sua forma più completa. In tale forma esso corrisponde appunto ad una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità.

Da un piede di legno, lungo in tutto un metro e mezzo, si levano cinque ritti di quaranta centimetri, essi pure di legno. A questi sono raccomandate certe lastre di ferro, che reggono i varii pezzi dell'apparecchio.

Nella parte centrale stanno raccolti gli organi corrispondenti ai due circuiti e quelli, che assicurano la trasmissione delle azioni induttive. Lateralmente poi si vedono due corde di acciaio, le quali rappresentano i condensatori.

Per maggiore risparmio di spazio e di parole, espongo senz'altro le principali esperienze, che si possono eseguire con il mio modello. Di mano in mano che si presenterà l'occasione di impiegare una parte nuova dell'apparecchio, la descriverò rapidamente.

(*) L'apparecchio, del quale pubblico la descrizione, fu costruito per me dal sig. O. Di Nasso, aiuto meccanico in questo Istituto.

1. *Un circuito isolato, senza condensatore.* — In questo caso semplicissimo (cfr. fig. 2) (*) l'apparecchio è montato (**) sopra un asse di acciaio, di sei millimetri di diametro e cinquantasei centimetri di lunghezza. Il quale gira entro due fori, praticati nelle lastre del secondo e del terzo ritto. Due girellini di ferro, fermati a vite sull'asse medesimo, gli impediscono di spostarsi avanti o indietro; ma lo lasciano libero di girare sopra sè stesso.

L'asse sporge, per cinque o sei centimetri, a sinistra del secondo ritto. Appunto a questo estremo è fissato un volanino di ghisa, che serve per imprimere il movimento all'apparecchio; ha nel mio caso un diametro di dodici centimetri e mezzo, e pesa, all'incirca, cinque ettogrammi.

Nella parte poi, che è compresa fra il secondo ed il terzo ritto, sopra due manicotti, connessi invariabilmente con l'asse, sono disposti degli organi, che permettono di variare in modo continuo il momento di inerzia del sistema, intorno all'asse medesimo, e la resistenza, che l'aria oppone ai suoi moti. Si tratta nel primo caso di due pesi cilindrici, scorrenti sopra certe sbarre di acciaio; nel secondo caso sono quattro palette quadrate di latta, le quali girano, a sfregamento dolce, intorno alle asticine, che le reggono. Nel mio apparecchio le masse mobili pesano ottanta grammi ciascuna (***), le palette hanno otto centimetri di lato.

Indicando con $L_1$ il momento di inerzia (intorno all'asse di rotazione), con $q_1$ l'angolo, del quale il sistema è rotato al tempo $t$, a partire da una posizione arbitraria, con $i_1 \left(= \frac{dq_1}{dt}\right)$ la velocità corrispondente, la forza viva, $T_1$, si potrà mettere sotto la forma:

$$T_1 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2;$$

questa è l'espressione caratteristica per l'energia cinetica di un monociclo.

---

(*) La figura 2, propriamente, rappresenta due circuiti in presenza, senza condensatori.

(**) Come sempre, del resto.

(***) Ho impiegato dei pesi così piccoli per rendere l'apparecchio più sicuro. Con masse maggiori si avrebbero, naturalmente, degli effetti più intensi.

La forza, $E_1^*$, che agisce sopra la coordinata (ciclica) $q_1$, fatta astrazione dagli attriti, si scrive, secondo le equazioni del Lagrange:

$$E_1^* = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_1}{\partial i_1}\right),$$

quindi:

$$E_1^* = \frac{d}{dt}(L_1 i_1). \tag{1}$$

Ma, nel caso nostro, per la resistenza che l'aria oppone ai moti del sistema, non basterà la forza $E_1^*$ a produrre una data modificazione; anzi bisognerà applicare al volano, in luogo della $E_1^*$, una $E_1$ del tipo:

$$E_1 = E_1^* + \rho_1.$$

In prima approssimazione e per valori non troppo grandi della $i_1$, si può ammettere che la $\rho_1$ abbia la forma:

$$\rho_1 = R_1 i_1,$$

con $R_1$ costante. A parità delle altre condizioni la $R_1$ dipende solo dall'angolo, che fanno le palette con il piano, nel quale giacciono i loro sostegni. Riassumendo sarà dunque:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1. \tag{2}$$

Questa equazione fa vedere come, nel caso attuale, l'apparecchio rappresenti appunto un circuito elettrico, fornito di induzione e privo di capacità.

Propriamente la forza meccanica corrisponde alla forza elettromotrice; il momento di inerzia al coefficiente di autoinduzione; la velocità angolare all'intensità di corrente; e la resistenza di attrito alla resistenza ohmica.

Per $i_1$ ed $L_1$ costanti la (2) esprime la legge dell'Ohm.

Variando invece la velocità angolare e il momento di inerzia, si ottengono, secondo la formola stessa, i fenomeni di autoinduzione.

Enuncio, senza dimostrarli, alcuni di tali resultati, ponendo di fronte ad essi i fenomeni elettrodinamici corrispondenti.

| | |
|---|---|
| *a)* Se non v'è forza esterna, che vi si opponga, si manifesta nel modello un'influenza perturbatrice, negli istanti in cui la velocità passa per lo zero. Questa influenza ostacola il moto del sistema o lo favorisce, secondo che esso comincia o termina. | Se non v'è forza (elettromotrice) esterna, che vi si opponga, si manifesta nel circuito una corrente di induzione negli istanti in cui l'intensità passa per lo zero. Questa corrente ostacola il moto dell'elettricità o lo favorisce, secondo che esso comincia o termina. |

Il modello, disgraziatamente, non si presta alla verifica di queste proposizioni. All'uopo sarebbe necessario che il movimento non si imprimesse senz'altro al volano, ma invece si comunicasse all'apparecchio con una cinghia di trasmissione.

| | |
|---|---|
| *b)* Se non v'è forza esterna, che vi si opponga, si manifesta nel modello un'influenza perturbatrice, quando, a velocità costante, si altera il momento di inerzia. Questa influenza ostacola il moto del sistema o lo favorisce, secondo che il momento doventa più grande o più piccolo. | Se non v'è forza (elettromotrice) esterna, che vi si opponga, si manifesta nel circuito una corrente di induzione, quando, a intensità costante, si altera il coefficiente di autoinduzione. Questa corrente ostacola il moto dell' elettricità o lo favorisce, secondo che il coefficiente doventa più grande o più piccolo (*). |

Nel modello le cose sono disposte in guisa da rendere possibili alcune variazioni istantanee del momento di inerzia.

Supponiamo che si voglia dapprima, far subire alla $L_1$ un rapido incremento. All'uopo si dispongono intorno alle sbarre (cfr. fig. 2), fra i pesi e il manicotto, due molle di acciaio; e, comprimendo queste ultime, si trasportano le masse mobili in vicinanza dell'asse. E quì si trattengono per mezzo di certi fili, dei quali si dirà in appresso.

Si capisce che, ove i fili si allentassero, i pesi, soggetti all'azione delle molle, sarebbero spinti con violenza all'estremità delle sbarre. E però si raggiungerebbe l'effetto voluto.

Quando si volesse invece impicciolire la $L_1$, basterebbe trasportare le molle al di là dei pesi (cfr. fig. 2); e trattenere questi, in modo analogo a quello, che si praticava dianzi. Impiegando

(*) La cosa si può fare in pratica schiacciando od allungando una spirale percorsa da una corrente uniforme.

però dei fili, che non vadano direttamente verso il manicotto, ma si avvolgano prima sopra due carrucole, poste alle estremità delle sbarre.

È chiaro che, questa volta, cessando la tensione dei fili, le masse mobili saranno respinte verso l'asse del sistema; quindi si otterrà nuovamente di variare il momento nel senso, che si desidera.

Resta a vedersi come si possano lasciar liberi i fili all'istante voluto. Per ciò si richiede una disposizione alquanto complessa (*).

Anzitutto il manicotto, che reca le sbarre, porta ancora una colonnina di ottone lunga forse dieci centimetri, diretta normalmente a queste e all'asse. La quale colonnina sostiene, alla sua volta, un'appendice laterale ricurva e un cappelletto, che le gira, con un po' di giuoco, sulla punta. Finalmente dal cappelletto si staccano due asticine di un paio di centimetri, poste una sul prolungamento dell'altra, e una terza, parallela ad entrambe, ma alquanto più lunga.

Alle due sbarrette minori si annodano, per mezzo di cappii, i fili, che trattengono i pesi; mentre l'altra sbarretta si appoggia con l'estremo libero, alla punta dell'appendice ricurva, della quale ho parlato un momento fa. Questo si può fare, come si intende subito, per modo che i pesi non riescano a sfuggire. Ma siccome il cappelletto ha un certo giuoco, l'asticina più lunga potrebbe anche superare l'estremo dell'appendice ricurva; anzi ciò accadrà senza fallo quando, per il moto del sistema, essa venga a battere contro un ostacolo convenientemente disposto.

Nel modello l'ostacolo è costituito da un dischetto di ottone, al quale si può imprimere un certo spostamento, per mezzo di un manico, che lo regge. In condizioni normali il dischetto (tenuto a segno da una molla) non incontra mai l'asticina; ma se lo si abbassa alquanto, premendo un pochino sul manico, l'urto avviene, ad un dato istante, e i pesi ridoventano liberi.

---

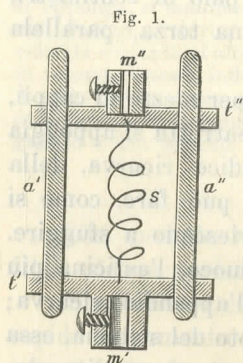
(*) La disposizione impiegata da me fu suggerita dall'Ebert. Si confronti, in proposito un lavoro di questo A. in *Wied. Ann.* XLIX, 642, 1893. L'artifizio, che propongo per diminuire il momento, mi sembra più pratico di quello adottato dal fisico tedesco.

Quando si eseguiscono, con questa disposizione, le due esperienze, alle quali accennavo più su, si ottengono, naturalmente, i resultati, che la teoria prevede.

2. *Un circuito isolato, fornito di condensatore.* — Volendo riprodurre i fenomeni che si osservano in un filo metallico, percorso dalle scariche di una bottiglia di Leida, basta tendere, fra il primo ed il secondo ritto, una corda elastica; in guisa che l'estremo di sinistra rimanga fisso, e quello di destra sia collegato, in modo invariabile, con l'asse dell'apparecchio (cfr. fig. 3).

In pratica però non è conveniente di fermare senz'altro la corda al sistema. Perchè quella, torcendosi, si accorcia, quindi esercita una trazione energica; sicchè facilmente si incurverebbero i ritti, oppure si strapperebbe ogni cosa.

Fig. 1.

Bisogna trovar modo di sopprimere le conseguenze dell'accorciamento. La figura 1 rappresenta l'organo, che permette di raggiungere questo resultato.

Al manicotto $m'$, il quale si ferma a vite sulla testa dell'asse, sono collegate rigidamente la tavoletta $t'$ e le due asticine $a'$ $a''$. Lungo queste ultime scorre, a sfregamento dolce, un'altra tavoletta $t''$, la quale porta, alla sua volta, il manicotto $m''$. Quì si ferma il capo della corda. Le due tavolette poi sono riunite fra loro con la molla $s$. Questa cede, se la corda si accorcia, e però la trazione non può mai diventare molto grande.

Nell'apparecchio, per maggiore solidità, ho aggiunto ancora una traversa fra il primo e il secondo ritto.

Vediamo ora come si modifichi, nel caso presente, la legge del movimento.

È chiaro che la torsione della corda importa una nuova forza; quindi bisogna aggiungere un terzo termine nel secondo membro della (2).

Codesto termine, $E_1^{**}$, secondo le leggi dell'elasticità, sarà proporzionale direttamente all'angolo $q_1$ e alla quarta potenza del diametro, $d_1$, della corda, inversamente alla lunghezza, $l_1$,

di questa. Sicchè, indicando con $\kappa_1$ una costante, lo potremo scrivere sotto la forma:

$$E_1^{**} = \frac{\kappa_1 d_1^4}{l_1} q_1,$$

ossia:

$$E_1^{**} = \frac{1}{C_1} q_1, \tag{3}$$

se, per brevità, si pone:

$$C_1 = \frac{l_1}{\kappa_1 d_1^4}. \tag{4}$$

Nel caso attuale, in luogo della (2), verrà, come dicevo:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1 + E_1^{**},$$

o, che fa lo stesso:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} q_1. \tag{5}$$

È specialmente interessante vedere che cosa accade quando, dopo di aver rotato di un certo angolo il sistema, lo si abbandona a sè stesso. Allora è:

$$E_1 = 0,$$

quindi, per la (5):

$$\frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} q_1 = 0,$$

o, se si pone esplicitamente in luogo della $i_1$, il suo valore:

$$\frac{d}{dt}\left(L_1 \frac{dq_1}{dt}\right) + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{C_1} q_1 = 0. \tag{6}$$

Per il caso particolare, nel quale la $L_1$ si mantiene costante, segue dalla (6):

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{C_1} q_1 = 0. \tag{7}$$

E questa è l'equazione, che il Thomson prese a fondamento della sua classica teoria delle scariche oscillanti.

Segue immediatamente di quì che la costante $C_1$, definita dalla (4), rappresenta la capacità del condensatore inserito nel circuito.

Si possono realizzare con questo modello, nei particolari più minuti, i fenomeni, ai quali dà luogo la scarica di una bottiglia di Leida.

Per fare le esperienze si torce alquanto la corda, dando al volano tre o quattro giri e poi si abbandona l'apparecchio a sè stesso (*).

Tutte le cose, che si riscontrano sul modello, si possono, naturalmente, prevedere con la teoria. Come dianzi enuncerò anche quì alcuni resultati, richiamando il loro significato elettrodinamico.

| | |
|---|---|
| *a)* In generale il moto dell' apparecchio abbandonato a sè stesso è alternativo. | In generale scaricando un condensatore si ottengono delle correnti alternative. |
| *b)* Il periodo dell' oscillazione dipende dalle proprietà della corda elastica e dal momento di inerzia. Lo smorzamento è funzione della resistenza d'attrito e del momento di inerzia. | Il periodo dell'oscillazione dipende dalla capacità del condensatore e dal coefficiente di autoinduzione. Lo smorzamento è funzione della resistenza ohmica e del coefficiente di autoinduzione. |

La forma stessa della relazione (4) indica come si debba procedere per variare la $C_1$. Basterà infatti prendere delle corde di diversi spessori o di lunghezze differenti. In pratica questo ultimo artifizio è il più opportuno; perchè, servendoci di esso, possiamo alterare la capacità in modo continuo.

Nel mio apparecchio la cosa si fa per mezzo di un braccio a forchetta, il quale si sposta lungo la sbarra, che congiunge il primo con il secondo ritto (cfr. fig. 3).

---

(*) Accade facilmente, quando si gira il volano, che i capi della corda sfuggano alle viti che li dovrebbero trattenere; sicchè la corda si storce. Per evitare questo basta appiattire un pochino gli estremi, martellandoli sopra un'incudine.

Il modello è tanto perfetto che anche l'inconveniente, di cui parlo, ha un significato elettrodinamico. In realtà, se l'isolamento in un condensatore è difettoso, non si può superare un certo potenziale, senza che le scariche passino nell'interno.

L'asta del braccio è forata in corrispondenza della corda elastica, sicchè questa la può attraversare; ma quì viene trattenuta da una vite. Si capisce che allora ogni cosa deve accadere come se il modello del condensatore fosse limitato a quella parte, che rimane alla destra del braccio.

I fili elastici impiegati da me erano corde da pianoforte, di provenienza inglese (*). Ne adoperai di tre spessori diversi, cioè dei numeri 15, 20 e 25 (**). Le corde del numero 20 sembrano convenire meglio di tutte le altre. Quelle più spesse imprimono all'apparecchio delle scosse violente; e le più sottili stentano a superare gli attriti e conservano con facilità una parte della deformazione (una carica residua). Tirando partito di questo artifizio, che ho descritto, si verifica che:

*a)* Propriamente il periodo cresce come la radice quadrata della lunghezza della corda e del momento di inerzia.

Propriamente il periodo cresce come la radice quadrata della capacità e del coefficiente di autoinduzione.

*b)* Se la corda è lunga e sottile, e la resistenza è grande, e il sistema è molto leggero il movimento finisce per doventare aperiodico.

Se la capacità e la resistenza sono grandi, e l'induzione è poco sensibile il movimento (dell' elettricità) finisce per doventare aperiodico.

3. *Due circuiti in presenza, senza condensatori.* — Se si vogliono rappresentare i fenomeni elettrodinamici, che si osservano in queste condizioni, si dispone l'apparecchio nel modo indicato dalla figura 2.

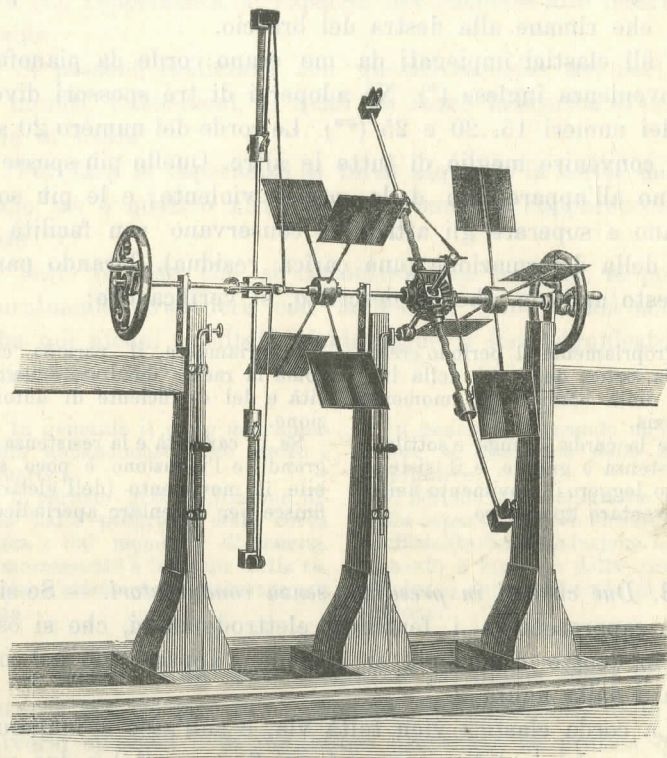
La corda elastica vien tolta via, e sull'asse si infilano ancora una rota dentata conica (che si fissa a vite) e due manicotti. Di questi il primo reca due sbarre di acciaio, normali all'asse e disposte una sul prolungamento dell'altra. Il secondo porta, alla sua volta, una rota dentata conica, quattro asticine, con palette di latta, ed un volano simile a quello, che si impiegava nelle esperienze, che ho descritto più avanti. Finalmente, intorno alle sbarre del primo manicotto, gira un'altra coppia di rote dentate. Le cose sono disposte in modo che i quattro pignoni (tutti eguali fra loro) ingranino, ciascuno coi due, che gli sono ai lati.

---

(*) Della casa *W. D. Houghton, Warrington.*

(**) I numeri crescono nello stesso senso che gli spessori.

Si capisce che un movimento impresso al volano di sinistra si possa comunicare, per questa trasmissione, a quello di destra.

Fig. 2.

Sia ora $l_1$ il momento di inerzia, intorno all'asse di rotazione, di tutte quelle parti del modello, che all'asse medesimo sono unite rigidamente. E siano $m$ ed $l_2$ i momenti analoghi del sistema di trasmissione e degli organi, che restano collegati in modo invariabile al secondo volano.

Si indichino poi con $q_1$ e $q_2$ gli angoli, dei quali sono girati al tempo $t$, i sistemi, cui si riferiscono i momenti $l_1$ e $l_2$. È facile vedere che sarà $\frac{q_1+q_2}{2}$ la quantità analoga per la trasmissione. Poniamo ancora:

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt}, \qquad i_2 = \frac{dq_2}{dt},$$

e quindi:

$$\frac{i_1 + i_2}{2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right),$$

ed indichiamo con T la forza viva del modello. Sarà per approssimazione:

$$T = \frac{1}{2} l_1 i_1^2 + \frac{1}{2} m \frac{(i_1 + i_2)^2}{4} + \frac{1}{2} l_2 i_2^2,$$

$$= \frac{1}{2}\left(l_1 + \frac{m}{4}\right) i_1^2 + \frac{m}{4} i_1 i_2 + \frac{1}{2}\left(l_2 + \frac{m}{4}\right) i_2^2,$$

$$= \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2,$$

quando si ponga, per brevità di scrittura:

$$l_1 + \frac{m}{4} = L_1,$$

$$\frac{m}{4} = M,$$

$$l_2 + \frac{m}{4} = L_2;$$

questa è la forma caratteristica per l'energia cinetica dei sistemi diciclici.

Segue di quì che le forze, $E_1$ ed $E_2$, agenti sulle coordinate (cicliche) $q_1$ e $q_2$, si potranno mettere sotto la forma:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1 + M i_2) + R_1 i_1,$$

(8)

$$E_2 = \frac{d}{dt}(L_2 i_2 + M i_1) + R_2 i_2,$$

se con $R_1$ e $R_2$ si indicano due costanti, le quali forniscono la misura delle resistenze d'attrito.

Le equazioni (8) sono le stesse, da cui si deducono di solito i fenomeni di induzione fra due circuiti elettrici. Ne richiamo

alcune conseguenze, tanto per il modello che per il caso dell'elettrodinamica.

*a)* Se il primo volano rota uniformemente, il secondo rimane in riposo (*).

Se la corrente primaria è costante, nel secondario non si osserva induzione.

*b)* Se non v'è forza applicata al secondo volano, si manifesta nel sistema, del quale esso fa parte, una causa di moto negli istanti in cui la velocità del primo volano passa per lo zero. Tale causa tende a produrre una rotazione diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario, secondo che questa finisce o comincia.

Se non v'è forza (elettromotrice) applicata al circuito secondario, si manifesta in esso una corrente indotta negli istanti in cui l'intensità nel circuito primario passa per lo zero. Tale corrente indotta è diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario, secondo che questa si interrompe o si stabilisce.

*c)* Se non v'è forza applicata al secondo volano, si manifesta nel sistema, del quale esso fa parte, una causa di moto negli istanti in cui il momento d'inerzia del sistema inducente si altera.

Questa causa tende a produrre una rotazione diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario secondo che il momento diminuisce o cresce.

Se non v'è forza (elettromotrice) applicata al circuito secondario, si manifesta in esso una corrente indotta negli istanti in cui il coefficiente di autoinduzione del circuito primario si altera.

Questa corrente indotta è diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario, secondo che il coefficiente di autoinduzione diminuisce o cresce (**).

Nel modello i fenomeni raccolti sotto la lettera *c* si otterranno spostando, nel modo già descritto, i pesi mobili sopra le sbarre del primo sistema parziale.

*d)* Se non v'è forza applicata al secondo volano, si manifesta nel sistema del quale esso fa parte, una causa di moto negli istanti in cui il momento di inerzia della trasmissione si altera.

Questa causa tende a produrre una rotazione diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario secondo che il momento diminuisce o cresce.

Se non v'è forza (elettromotrice) applicata al circuito secondario, si manifesta in esso una corrente indotta negli istanti in cui il coefficiente di induzione mutua si altera.

Questa corrente indotta è diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario secondo che il coefficiente di induzione diminuisce o cresce.

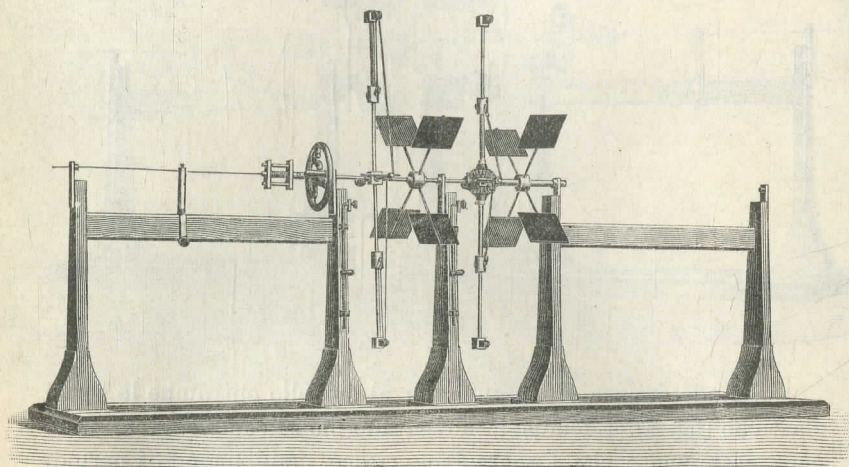
Volendo ottenere questi altri fatti si infilano sopra le sbarre, che reggono i pignoni della trasmissione, due masse mobili;

(*) Parlo degli effetti, che si osservano nel *secondo* volano, solamente per fissare le idee. In realtà le parti si possono invertire.

(**) La cosa si può fare in pratica ponendo una dentro l'altra due eliche, delle quali l'interna (per esempio) si fa percorrere da una corrente. Si metterà ancora in circuito col conduttore primario, per comunicazione lontana, una spirale, che si possa allungare o schiacciare.

e si dispongono tutte le altre cose esattamente nel modo, che si seguiva dianzi per alterare il momento di inerzia del primo sistema parziale.

4. *Due circuiti in presenza, forniti di condensatori.* — Il modello or ora descritto si riduce ad un sistema diciclico imperfetto quando ad uno o ad entrambi i " circuiti „ si aggiungano le corde elastiche, che rappresentano i condensatori. Si ottengono così gli apparecchi delle figure 3 e 4.

Fig. 3.

Le equazioni del moto hanno una forma analoga alla (5), e cioè si scrivono:

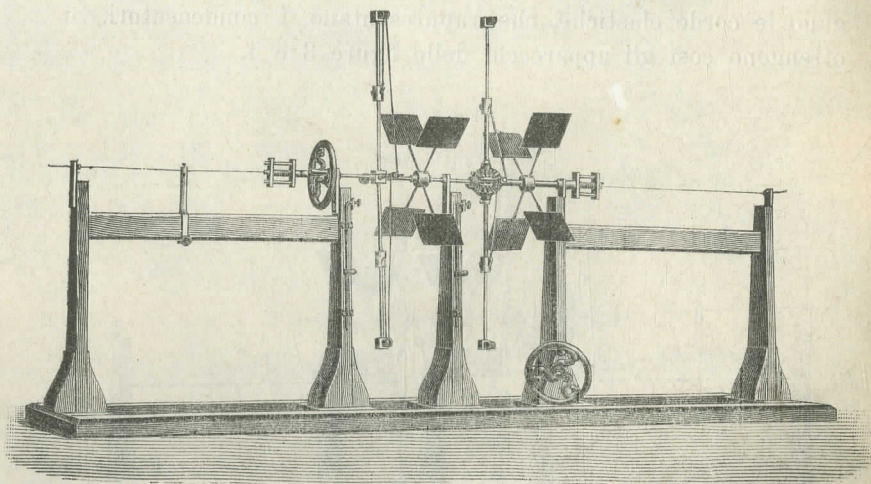
$$
(9) \qquad
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{d}{dt}(L_1 i_1 + M i_2) + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} q_1 ; \\
E_2 &= \frac{d}{dt}(L_2 i_2 + M i_1) + R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} q_2 ;
\end{aligned}
$$

in esse le costanti $C_1$ e $C_2$ hanno un significato ovvio.

Da queste equazioni si ricavano, con procedimenti conosciuti, tutti i fenomeni di risonanza. Tali fenomeni ci dobbiamo dunque aspettare che si riscontrino sul modello. In realtà la cosa è possibile, almeno nei tratti principalissimi.

BIBLIOTECA DELLE FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

In particolare, se si conserva il solo " condensatore " di sinistra (fig. 3), si induce nel secondo sistema parziale un movimento alternativo. Il quale è spostato di fase rispetto all'inducente, così che la sua velocità si annulla ogni volta che la velocità del movimento primario raggiunge un valore massimo o minimo.

Fig. 4.

Quando invece si aggiungano al modello entrambe le corde elastiche (fig. 4), i fenomeni doventano molto complessi. Si vede però nettamente che l'eccitazione riesce male quando i periodi proprii dei due sistemi parziali siano molto diversi, mentre si fa assai bene nel caso dell'unisono.

Pisa, Istituto fisico dell'Università. Maggio 1897.